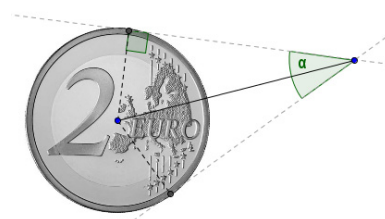


1. El diámetro de una moneda de 2 € mide 2,5 cm. Averigua el ángulo que forman sus tangentes trazadas desde una distancia de 4,8 cm del centro.

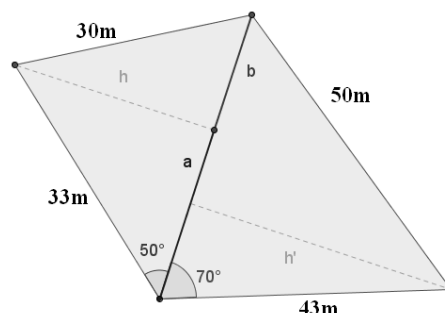


$$radio = \frac{d}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25 \text{ cm} ; \text{ Sea } \beta = \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{sen } \beta = \frac{1,25}{4,8} \rightarrow \beta = \text{arc sen} \left(\frac{1,25}{4,8} \right) \approx 15,09^\circ = 15^\circ 5' 41''$$

$$\alpha = 2 \cdot \beta = 30,19^\circ \approx 30^\circ 11' 22''$$

2. El Ayuntamiento ha decidido construir viviendas de protección oficial en un terreno. Para realizar el proyecto han contratado a un estudio de arquitectos. Uno de los aparejadores ha visitado el terreno para hacer las mediciones de la figura. Con estos datos, determina la superficie de terreno que va a ser edificable.



$$h = 33 \cdot \text{sen } 50^\circ \approx 25,29 \text{ m}$$

$$h' = 43 \cdot \text{sen } 70^\circ \approx 40,41 \text{ m}$$

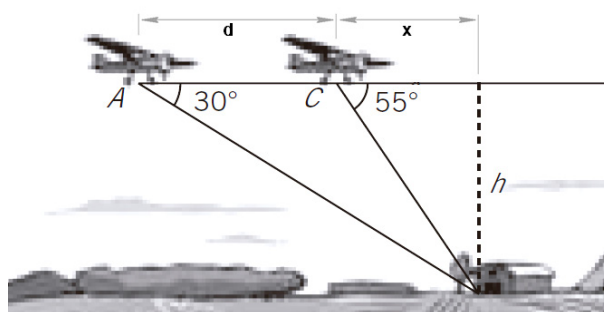
$$a = 33 \cdot \cos 50^\circ \approx 21,21 \text{ m}$$

$$b = \sqrt{30^2 - 25,29^2} \approx 16,14 \text{ m}$$

$$base = a + b = 21,21 + 16,14 = 37,35 \text{ m}$$

$$A_{total} = \frac{37,35 \cdot 25,29}{2} + \frac{37,35 \cdot 40,41}{2} \approx 1.227 \text{ m}^2$$

3. El piloto de un avión observa un punto del terreno con un ángulo de depresión de 30° . Dieciocho segundos más tarde, el ángulo de depresión obtenido sobre el mismo punto es de 55° . Si vuela horizontalmente y a una velocidad de 400 millas/hora, halla la altitud de vuelo.



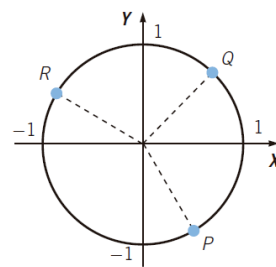
$$v = \frac{e}{t} \rightarrow e = v \cdot t \rightarrow e = 400 \text{ millas/h} \cdot 18 \text{ s} \cdot 1/3600 \text{ h/s} = 2 \text{ millas}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg } 55^\circ = \frac{h}{x} \\ \text{tg } 30^\circ = \frac{h}{2+x} \end{array} \right\} \rightarrow h = \frac{2 \cdot \text{tg } 55^\circ \cdot \text{tg } 30^\circ}{\text{tg } 55^\circ - \text{tg } 30^\circ} = 1,938 \text{ millas}$$

$$1 \text{ milla} \approx 1.609,344 \text{ m} \rightarrow h = 1,938 \cdot 1.609,344 \approx 3.119 \text{ m}$$

4. Halla las razones trigonométricas de un ángulo si el punto P tiene las siguientes coordenadas. Identifica el ángulo en cada caso.

a) $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ b) $Q\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ c) $R\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$



a) *IV cuadrante*

$$\operatorname{sen} \alpha = -\frac{3}{2}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$$

$$\alpha = \begin{cases} 300^\circ \\ -60^\circ \end{cases}$$

b) *I cuadrante*

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

c) *II cuadrante*

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{cos} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\alpha = 150^\circ$$

La coordenada x del punto corresponde al coseno

La coordenada y del punto corresponde al seno

5. Resuelve las inecuaciones

a) $2x+1 < 5x-2 < 3x+4$

b) $\frac{4-x^2}{x^2-9} \leq 0$

a) $2x+1 < 5x-2 < 3x+4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 < 5x-2 \\ 5x-2 < 3x+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-5x < -2-1 \\ 5x-3x < 4+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x < -3 \\ 2x < 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases}$$

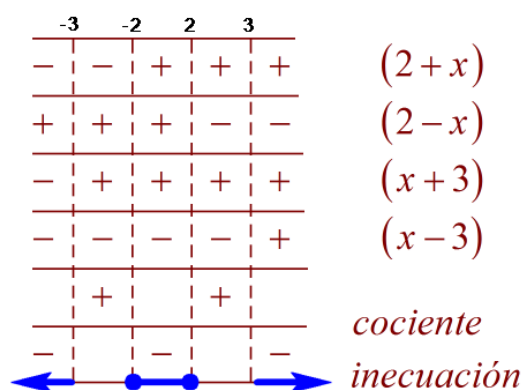
Solución: $(1, 3)$



b) $\frac{4-x^2}{x^2-9} \leq 0 \rightarrow \frac{(2+x)(2-x)}{(x+3)(x-3)} \leq 0$

$N \geq 0$		$D > 0$	
$2+x \geq 0$	$2-x \geq 0$	$x+3 > 0$	$x-3 > 0$
$x \geq -2$	$-x \geq -2$	$x > -3$	$x > 3$
	$x \leq 2$		

Solución: $(-\infty, -3) \cup [-2, 2] \cup (3, +\infty)$



6. Resuelve los siguientes apartados:

- a) Halla la ecuación continua de la recta r expresada en forma paramétrica. $r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 2t \end{cases}$
- b) Halla la ecuación de una recta paralela a r que pase por el punto $(-2, -1)$
- c) Halla la ecuación de una recta perpendicular a r que pase por el punto $(-2, 1)$
- d) Halla el punto de intersección de la recta r con la recta $(x, y) = (-2, 5) + t \cdot (7, 3)$ [opcional]

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 2t \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{pasa por el punto } P(2, 0) \\ \text{un vector director es } \vec{v} = (-3, 2) \\ \text{su pendiente es } m = -2/3 \end{cases}$$

a) ecuación continua $\rightarrow \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{2}$; ec. general $\rightarrow 2x + 3y - 4 = 0$

b) recta s paralela a $r \rightarrow s \parallel r \Rightarrow m_s = m_r = -\frac{2}{3}$; pasa por $(-2, -1)$

$$y + 1 = -\frac{2}{3}(x + 2) \rightarrow 2x + 3y + 7 = 0$$

c) recta t perpendicular a $r \rightarrow t \perp r \Rightarrow m_s = -\frac{1}{m_r} = \frac{3}{2}$; pasa por $(-2, 1)$

$$y - 1 = \frac{3}{2}(x + 2) \rightarrow -3x + 2y - 8 = 0$$

d) $(x, y) = (-2, 5) + t(7, 3) \rightarrow \frac{x+2}{7} = \frac{y-5}{3} \rightarrow 3x - 7y + 41 = 0$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x - 7y = -41 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14x + 21y = 28 \\ 9x - 21y = -123 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{95}{23} \\ y = \frac{94}{23} \end{cases} \rightarrow P\left(-\frac{95}{23}, \frac{94}{23}\right)$$

7. Hallar las coordenadas de los puntos que dividen al segmento de extremos $A(-2, -7)$ y $B(8, -5)$ en tres partes iguales. ¿Cuánto mide cada trozo?
¿Qué coordenadas tiene el punto simétrico de A respecto de B ? [opcional]

$$A(-2, -7) \text{ y } B(8, -5) ; \overline{AB} = (8 - (-2), -5 - (-7)) = (10, 2)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{10^2 + 2^2} = \sqrt{104} \approx 10,2 \text{ u} \rightarrow \text{Cada parte mide: } \frac{\sqrt{104}}{3} \approx 3,4 \text{ u}$$

$$\overline{AC} = \frac{1}{3} \overline{AB} \rightarrow (x_1 + 2, y_1 + 7) = \left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$x_1 + 2 = \frac{10}{3} \quad \left| \quad y_1 + 7 = \frac{2}{3} \right.$$

$$x_1 = \frac{4}{3} \quad \left| \quad y_1 = -\frac{19}{3} \right.$$

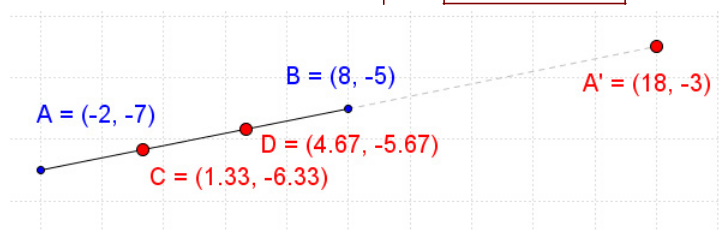
$$C\left(\frac{4}{3}, -\frac{19}{3}\right)$$

$$\overline{AD} = \frac{2}{3} \overline{AB} \rightarrow (x_2 + 2, y_2 + 7) = \left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

$$x_2 + 2 = \frac{20}{3} \quad \left| \quad y_2 + 7 = \frac{4}{3} \right.$$

$$x_2 = \frac{14}{3} \quad \left| \quad y_2 = -\frac{17}{3} \right.$$

$$D\left(\frac{14}{3}, -\frac{17}{3}\right)$$



8. [opcional] Resuelve los siguientes apartados

a) Razona si hay un ángulo que cumpla: $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$

b) Halla las razones trigonométricas del ángulo α , sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sen} \alpha$

b) $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{sen} \alpha$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \cos \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} = 1$$

Si $\cos \alpha = 1$ entonces $\alpha = 0^\circ$

$$\boxed{\operatorname{sen} 0^\circ = 0 ; \cos 0^\circ = 1 ; \operatorname{tg} 0^\circ = 0}$$

a) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} : \frac{3}{4} = \frac{4}{5}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \rightarrow \frac{9}{25} + \frac{16}{25} = 1$$

Se cumple la igualdad fundamental

9. [opcional] Halla la cantidad de chapa necesaria para fabricar una señal de STOP de forma octogonal, sabiendo que la diagonal marcada mide 1,25 m.



$$d = 1,25 \text{ m} \rightarrow r = 0,625 \text{ m} ; \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$\cos 22,5^\circ = \frac{h}{0,625} \Rightarrow h = 0,625 \cdot \cos 22,5^\circ \approx 0,577$$

$$\operatorname{sen} 22,5^\circ = \frac{x}{0,625} \Rightarrow x = 0,625 \cdot \operatorname{sen} 22,5^\circ \approx 0,239$$

$$A = \frac{0,239 \cdot 0,577}{2} \approx 0,14 \rightarrow \boxed{A_{\text{total}} = 8 \cdot 0,14 = 1,1 \text{ m}^2}$$

