

1

Halla el dominio de estas funciones:

$$\text{a) } y = \frac{x^2 + 2}{1 - x^2} \quad \text{b) } y = \sqrt{x^2 - x - 12}$$

$$\text{a) } \text{Dom}f = \mathbb{R} - \{x \in \mathbb{R} / 1 - x^2 = 0\} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$\text{b) } \text{Dom}f = \mathbb{R} - \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x - 12 \geq 0\} = (-\infty, -3] \cup [4, +\infty)$$

2

a) La función $y = ax^2 + bx - 5$ pasa por los puntos $(-3, 1)$ y $(2, 11)$. Hallar el eje de simetría

$$y = ax^2 + bx - 5 \rightarrow (-3, 1) \quad y \quad (2, 11)$$

$$a(-3)^2 + b(-3) - 5 = 1 \quad \left| \quad a(2)^2 + b(2) - 5 = 11 \right.$$

$$9a - 3b = 6$$

$$4a + 2b = 16$$

$$9a - 3b = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} 9a - 3b = 6 \\ 4a + 2b = 16 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 18a - 6b = 12 \\ 12a + 6b = 48 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 4 \end{array} \right.$$

$$V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right) \rightarrow (-1, -7)$$

$$\text{eje simetría: } x = -1$$

b) Hallar la TVM de la función $y = \frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{3} - 5x - 6$ en el intervalo $[-7, -4]$

$$y = \frac{x^3}{3} + \frac{4x^2}{3} - 5x - 6 \rightarrow \text{TVM}[-7, -4] = \frac{f(-4) - f(-7)}{-4 - (-7)} = \frac{14 - (-20)}{3} = \frac{34}{3}$$

$$f(-7) = \frac{(-7)^3}{3} + \frac{4(-7)^2}{3} - 5(-7) - 6 = -\frac{343}{3} + \frac{196}{3} + 29 = -20$$

$$f(-4) = \frac{(-4)^3}{3} + \frac{4(-4)^2}{3} - 5(-4) - 6 = -\frac{64}{3} + \frac{64}{3} + 20 - 6 = 14$$

3

Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales

$$\text{a) } 0,4^{x-1} = 6,25^{6x-5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{5^2}{2^2}\right)^{6x-5}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{-x+1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{12x-10}$$

$$-x + 1 = 12x - 10$$

$$-13x = -11 \rightarrow \boxed{x = \frac{11}{13}}$$

$$\text{b) } 10^{x+1} - 10^{x-2} = 999$$

$$10 \cdot 10^x - \frac{10^x}{100} = 999$$

$$10^x \left(10 - \frac{1}{100}\right) = 999$$

$$10^x \left(\frac{999}{100}\right) = 999$$

$$10^x = 10^2 \rightarrow \boxed{x = 2}$$

4

Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas

$$\text{a) } \log_{\frac{1}{2}}\left(-\frac{1}{x}\right) = 2 \quad \text{b) } 0,2 \log_x \frac{1}{32} = -0,5$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{4} = -\frac{1}{x}$$

$$\boxed{x = -4}$$

$$\log_x \left(\frac{1}{32}\right)^{0,2} = -\frac{1}{2} \rightarrow \log_x \sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = -\frac{1}{2}$$

$$\log_x \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{x} = 2 \rightarrow \boxed{x = 4}$$

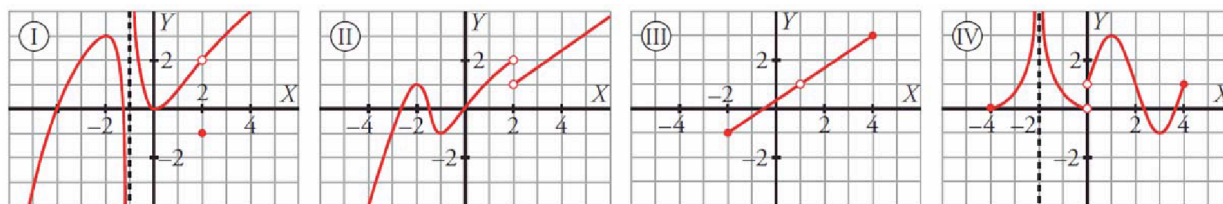
5

Las cuatro gráficas siguientes corresponden a funciones discontinuas. Para cada una explica:

- Cuáles son los puntos de discontinuidad. justifica la razón de la discontinuidad
- Cuál es su dominio de definición.
- Indica si tiene máximos y mínimos relativos y di cuáles son.
- En qué intervalos es creciente y en cuáles es decreciente.

	I	II	III	IV
a)				
b)				
c)				
d)				

Nota: contesta esta pregunta en forma de tabla como en la figura



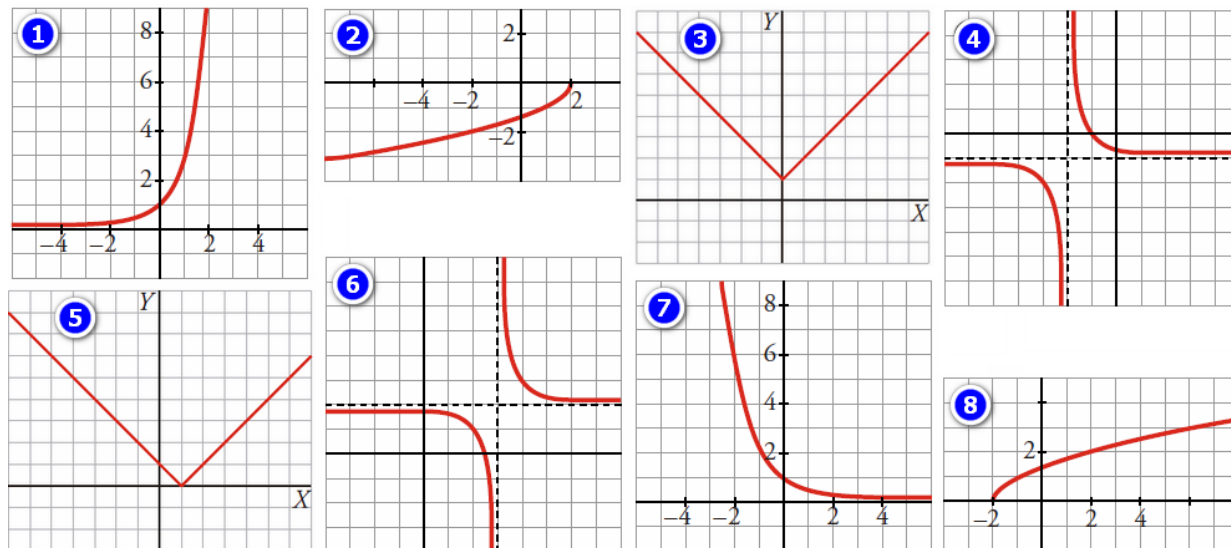
Solución:

	I	II	III	IV
Discontinuidad	$x = -1$ (no evitable) De salto infinito $x = 2$ (evitable)	$x = 2$ (no evitable) De salto finito	$x = 1$ (evitable)	$x = -2$ (no evitable) De salto infinito $x = 0$ (no evitable) De salto finito
Dominio	$\mathbb{R} - \{-1\}$	$\mathbb{R} - \{2\}$	$[-2, 1) \cup (1, 4]$	$[-4, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 4]$
Máximos	$(-2, 3)$ (relativo)	$(-2, 1)$ (relativo)	No tiene	$(1, 3)$ (relativo)
Mínimos	$(0, 0)$ (relativo)	$(-1, -1)$ (relativo)	No tiene	$(3, -1)$ (absoluto)
Creciente	$(-\infty, -2) \cup (0, 2) \cup (2, +\infty)$	$(-\infty, -2) \cup (-1, 2) \cup (2, +\infty)$	$(-2, 1) \cup (1, 4)$	$(-4, -2) \cup (0, 1) \cup (3, 4)$
Decreciente	$(-2, -1) \cup (-1, 0)$	$(-2, -1)$	No decrece	$(-2, 0) \cup (1, 3)$

6

Asocia a cada gráfica una de estas fórmulas:

- a) $y = 0.4^x$ b) $y = |x - 1|$ c) $y = -\sqrt{2 - x}$ d) $y = 3^x$ e) $y = \sqrt{x - 2}$
 f) $y = 4^{-x}$ g) $y = 2 + \frac{1}{x - 3}$ h) $y = 1 + |x|$ i) $y = \sqrt{x + 2}$ j) $y = -1 + \frac{1}{x + 2}$



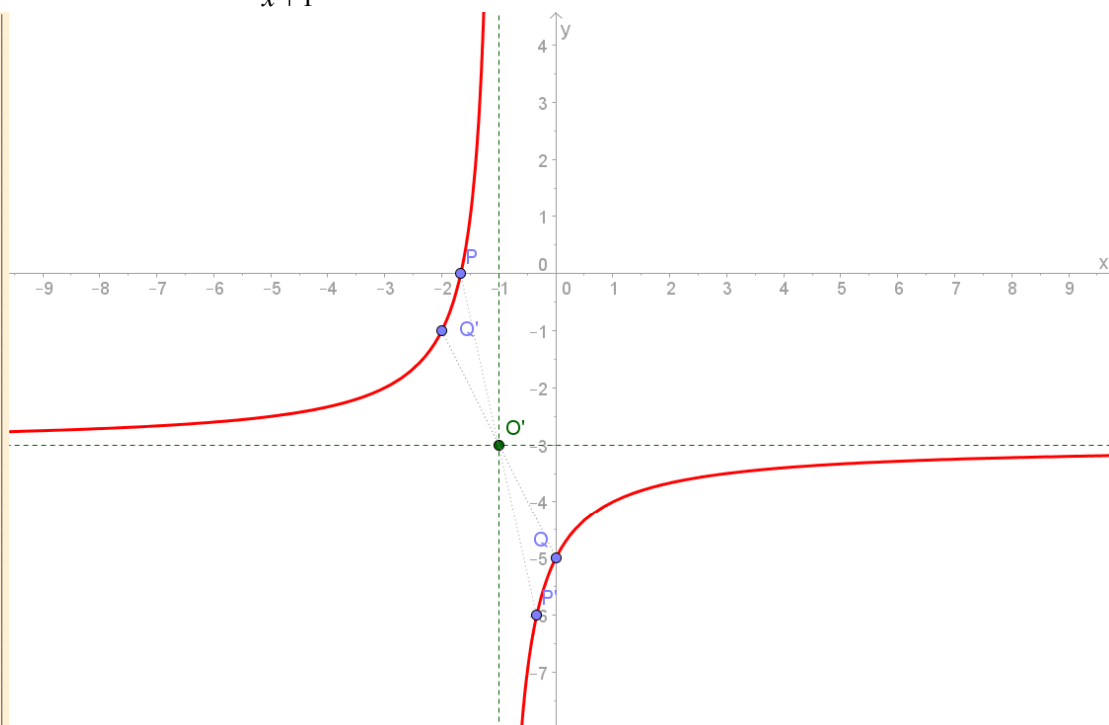
Solución:

1	2	3	4	5	6	7	8
$y = 3^x$	$y = -\sqrt{2 - x}$	$y = 1 + x $	$y = -1 + \frac{1}{x + 2}$	$y = x - 1 $	$y = 2 + \frac{1}{x - 3}$	$y = 0.4^x$	$y = \sqrt{x + 2}$
exponencial	irracional	De valor absoluto	racional	De valor absoluto	racional	exponencial	irracional

7

Estudiar la función: $f(x) = \frac{-3x-5}{x+1}$

x	y
-4	-2.33
-3.75	-2.27
-3.5	-2.2
-3.25	-2.11
-3	-2
-2.75	-1.86
-2.5	-1.67
-2.25	-1.4
-2	-1
-1.75	-0.33
-1.5	1
-1.25	5
-1	$-\infty$
-0.75	-11
-0.5	-7
-0.25	-5.67
0	-5
0.25	-4.6
0.5	-4.33
0.75	-4.14
1	-4
1.25	-3.89
1.5	-3.8
1.75	-3.73
2	-3.67
2.25	-3.62
2.5	-3.57
2.75	-3.53
3	-3.5
3.25	-3.47
3.5	-3.44
3.75	-3.42
4	-3.4
4.25	-3.38
4.5	-3.36



$$f(x) = \frac{k}{x+m} + n$$

$$k = -2$$

$$m = 1$$

$$n = -3$$

Función Homográfica

$$f(x) = -\frac{2}{x+1} - 3 = \frac{-3x-5}{x+1}$$

Simetría: centro HIPÉRBOLA $\rightarrow O' = (-1, -3)$

☒ Puntos simétricos

Discontinuidad

$$x = -1$$

$$AV \rightarrow x = -1$$

$$AH \rightarrow y = -3$$

Creciente por intervalos

Corte con eje X

$$P = \left(-\frac{5}{3}, 0\right)$$

Corte con eje Y

$$Q = (0, -5)$$

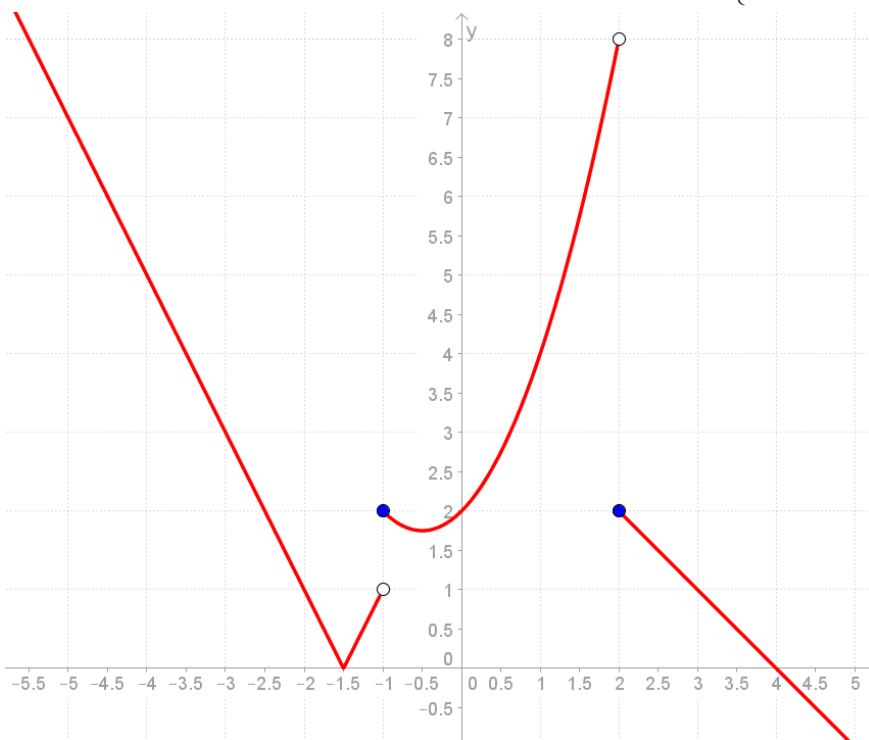
Tabla de Valores

-4

8

Representa gráficamente la función f y construye una tabla de al menos 3 valores por tramo:

$$f(x) = \begin{cases} |2x+3| & \text{si } x < -1 \\ x^2 + x + 2 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ -x + 4 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$



x	y	y2	y3
-3.0	3.0		
-2.5	2.0		
-2.0	1.0		
-1.5	0		
-1.0	1.0	2.0	
-0.5		1.75	
0		2.0	
0.5		2.75	
1.0		4.0	
1.5		5.75	
2.0		8.0	2.0
2.5			1.5
3.0			1.0
3.5			0.5
4.0			0
4.5			-0.5