

1

Realizar las siguientes operaciones con radicales y simplifica: (paso a paso, sin calculadora)

$$\begin{aligned} \text{a) } 5\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + \sqrt{98} \\ = 5 \cdot 3\sqrt{2} - 3 \cdot 5\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ = 15\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 7\sqrt{2} \\ = \boxed{7\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt[3]{20} \cdot \sqrt[3]{12} \\ = \sqrt[3]{20 \cdot 12} \\ = \sqrt[3]{2^2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot 3} \\ = \boxed{2\sqrt[3]{30}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \left( \sqrt{\frac{a}{9} + \frac{a}{16}} \right)^{-2} \\ = \left( \sqrt{\frac{16a + 9a}{144}} \right)^{-2} \\ = \frac{1}{\left( \sqrt{\frac{25a}{144}} \right)^2} = \boxed{\frac{144}{25a}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} \cdot \sqrt{7 + 2\sqrt{6}} \\ = \sqrt{(7 - 2\sqrt{6}) \cdot (7 + 2\sqrt{6})} \\ = \sqrt{7^2 - (2\sqrt{6})^2} = \sqrt{49 - 24} \\ = \sqrt{25} = \boxed{5} \end{aligned}$$

2

Descomponer en factores los polinomios que se indican:

$$\begin{aligned} \text{a) } x^4 - x^3 - 19x^2 - 11x + 30 \\ = \boxed{(x-1)(x+2)(x+3)(x-5)} \end{aligned}$$

|    |    |     |          |          |          |
|----|----|-----|----------|----------|----------|
|    | +1 | -1  | -19      | -11      | +30      |
| +1 |    | +1  | 0        | -19      | -30      |
| -2 | +1 | 0   | -19      | -30      | <u>0</u> |
|    | -2 | +4  | +30      |          |          |
| -3 | +1 | -2  | -15      | <u>0</u> |          |
|    | -3 | +15 |          |          |          |
|    | +1 | -5  | <u>0</u> |          |          |

$$\begin{aligned} \text{c) } 36x^2 - (a+3x)^2 \\ = (6x)^2 - (a+3x)^2 \\ = (6x+a+3x)(6x-a-3x) \\ = \boxed{(9x+a)(3x-a)} \end{aligned}$$

$$\text{d) } 15x^2 + 11x - 14$$

$$= \boxed{(3x-2)(5x+7)}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 840}}{30}$$

$$x = \frac{-11 \pm \sqrt{961}}{30} = \frac{-11 \pm 31}{30}$$

$$x_1 = \frac{2}{3} ; x_2 = -\frac{7}{5}$$

$$\text{Aplicamos: } a(x-x_1)(x-x_2)$$

$$\text{b) } 25 - x^2 - 16y^2 + 8xy$$

$$= 25 - (x^2 + 16y^2 - 8xy)$$

$$= 5^2 - (x-4y)^2$$

$$= \boxed{(5+x-4y)(5-x+4y)}$$

3

Realizar las siguientes operaciones algebraicas y simplificar:

$$\begin{aligned} \text{a) } \left( 1 - \frac{x}{a+x} \right) \left( 1 + \frac{x}{a} \right) \\ = \left( \frac{a+x-x}{a+x} \right) \left( \frac{a+x}{a} \right) \\ = \frac{a}{a+x} \cdot \frac{a+x}{a} = \boxed{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{a-b}{a^2+ab} + \frac{a+b}{ab} - \frac{a}{ab+b^2} \\ = \frac{b(a-b) + (a+b)^2 - a^2}{ab(a+b)} \\ = \frac{ab - b^2 + a^2 + b^2 + 2ab - a^2}{ab(a+b)} \\ = \frac{3ab}{ab(a+b)} = \boxed{\frac{3}{a+b}} \end{aligned}$$

4

Calcula el capital que se acumula si se colocan 120 000 € al 5% de interés compuesto durante 3 años, si los intereses se abonan...: a) Anualmente; b) Trimestralmente; c) Mensualmente.

$$\boxed{C_F = C \cdot (1+i)^t}$$

$$\text{a) } C_F = 120000 \cdot (1+0,05)^3 = \boxed{138.915,00 \text{ €}}$$

$$\text{b) } C_F = 120000 \cdot \left( 1 + \frac{0,05}{4} \right)^{3 \cdot 4} = \boxed{139.290,54 \text{ €}}$$

$$\text{c) } C_F = 120000 \cdot \left( 1 + \frac{0,05}{12} \right)^{3 \cdot 12} = \boxed{139.376,67 \text{ €}}$$

5

Resolver las ecuaciones que se indican:

a)  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2$$

$$2x-1 = 36 + (x+4) - 12\sqrt{x+4}$$

$$(x-41)^2 = (-12\sqrt{x+4})^2$$

$$x^2 + 1681 - 82x = 144(x+4)$$

$$x^2 - 226x + 1105 = 0$$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{46656}}{2} = \frac{226 \pm 216}{2}$$

$$x_1 = \frac{226 + 216}{2} = \frac{442}{2} = 221$$

$$x_2 = \frac{226 - 216}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

b)  $\log_5 x = -3$

$$5^{-3} = x$$

$$x = \frac{1}{125}$$

e)  $|2x+3| = 5$

$$2x+3 = 5$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$-(2x+3) = 5$$

$$-2x-3 = 5$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

c)  $2x^3 - 7x^2 + 8x - 3 = 0$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right) \cdot (x-1)^2 = 0$$

$$x_1 = 1 \quad \vee \quad x_2 = \frac{3}{2}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & +2 & -7 & +8 & -3 \\ 1 & & +2 & -5 & +3 \\ \hline & +2 & -5 & +3 & 0 \end{array}$$

$$(x-1)(2x^2 - 5x + 3) = 0$$

$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = 1 \quad ; \quad x = \frac{3}{2}$$

d)  $4^{x+1} - 7^{x-1} = 0$

$$4^{x+1} = 7^{x-1}$$

$$\log 4^{x+1} = \log 7^{x-1}$$

$$(x+1) \log 4 = (x-1) \log 7$$

$$x \log 4 + \log 4 = x \log 7 - \log 7$$

$$x \log 4 - x \log 7 = -\log 7 - \log 4$$

$$x(\log 4 - \log 7) = -(\log 4 + \log 7)$$

$$x = -\frac{(\log 4 + \log 7)}{(\log 4 - \log 7)}$$

$$x \approx 5,9544$$

f)  $\frac{1}{4}(3x^2-1)(x^2+3) - (2x^2+1)(x^2-3) = 4x^2$

$$\frac{3x^4 + 8x^2 - 3}{4} - (2x^4 - 5x^2 - 3) = 4x^2$$

$$3x^4 + 8x^2 - 3 - 8x^4 + 20x^2 + 12 = 16x^2$$

$$-5x^4 + 12x^2 + 9 = 0$$

cambio:  $x^2 = y$

$$5y^2 - 12y - 9 = 0$$

$$y = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 180}}{10} = \frac{12 \pm 18}{10} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Si } x^2 = 3 \Rightarrow x_1 = \sqrt{3} \quad ; \quad x_2 = -\sqrt{3}$$

6

Simplifica al máximo las expresiones siguientes:

a)  $8000^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[4]{0,0001 \cdot x^8 y^{12}} = (2^6 \cdot 5^3)^{\frac{2}{3}} \cdot (2^{-4} \cdot 5^{-4} \cdot x^8 \cdot y^{12})^{\frac{1}{4}} = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 2^{-1} \cdot 5^{-1} \cdot x^2 \cdot y^3 = 40x^2 y^3$

b)  $(2,8\hat{3} + 4,6\hat{6} - 0,3\hat{6}) : 4,8 = \left(\frac{17}{6} + \frac{14}{3} - \frac{3}{10} \cdot \frac{20}{3}\right) : \frac{48}{10} = \frac{11}{2} : \frac{24}{5} = \frac{55}{48} = 1,1458\hat{3}$

7

a) Representa sobre la recta los conjuntos:  $|x-1| < 3$  y  $|x-5| \geq 2$

b) Representa y escribe como intervalo y como desigualdad la intersección de ambos conjuntos.

a)  $|x-1| < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1) < 3 \\ -(x-1) < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > -2 \end{cases} \rightarrow A = (-2, 4)$

$$|x-5| \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-5) \geq 2 \\ -(x-5) \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \leq 3 \end{cases} \rightarrow B = (-\infty, 3] \cup [7, +\infty)$$

b)  $A \cap B \rightarrow (-2, 3] \rightarrow -2 < x \leq 3$

8

Realiza las siguientes operaciones paso a paso, sin calculadora

a) Efectúa la siguiente operación  $\frac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}}$ , resultado en notación científica con tres cifras significativas

$$\frac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}} = \frac{3,92 \cdot 5,86 \cdot 10^{-2}}{7 \cdot 9,2 \cdot 10^5} = \frac{22,9712}{64,4} \cdot 10^{-7} = 0,357 \cdot 10^{-7} = 3,57 \cdot 10^{-8}$$

b) Halla el valor de  $\log \frac{\sqrt{5,4}}{12,8}$  sabiendo los valores de  $\log 2$  y  $\log 3$

$$\log \frac{\sqrt{5,4}}{12,8} = \log \left(\frac{54}{10}\right)^{\frac{1}{2}} - \log \left(\frac{128}{10}\right) = \frac{1}{2}(\log 54 - \log 10) - (\log 128 - \log 10) =$$

$$= \frac{1}{2}[\log(3^3 \cdot 2) - 1] - [\log(2^7) - 1] = \frac{3}{2} \log 3 + \frac{1}{2} \log 2 - 7 \log 2 + \frac{1}{2} \approx -0,741013$$